

**ANÁLISE DE COMPONENTES PRINCIPAIS: TÉCNICA  
ALTERNATIVA DE ANÁLISE DE CONFIABILIDADE  
EM SISTEMAS COMPLEXOS MULTIVARIADOS**

**Luis Felipe Dias Lopes**

Doutor do Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção – Centro de  
Tecnologia  
Universidade Federal de Santa Maria, UFSM  
E-mail: [lflopes@smail.ufsm.br](mailto:lflopes@smail.ufsm.br)

**Robert Wayne Samohyl**

Ph.D. do Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção e Sistemas  
Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC  
E-mail: [samohyl@eps.ufsc.br](mailto:samohyl@eps.ufsc.br)

# **ANÁLISE DE COMPONENTES PRINCIPAIS: TÉCNICA ALTERNATIVA DE ANÁLISE DE CONFIABILIDADE EM SISTEMAS COMPLEXOS MULTIVARIADOS**

**Luis Felipe Dias Lopes**

Doutor do Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção – Centro de Tecnologia  
Universidade Federal de Santa Maria, UFSM  
E-mail: lflopes@smail.ufsm.br

**Robert Wayne Samohyl**

Ph.D. do Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção e Sistemas  
Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC  
E-mail: samohyl@eps.ufsc.br

## **RESUMO**

A confiabilidade de um produto, é sem dúvida, um dos aspectos mais importantes de um programa de melhoria de qualidade. Em função disso, neste trabalho, desenvolve-se uma metodologia multivariada para determinar a confiabilidade e o tempo médio de falha de um produto, cujos componentes tenham seus tempos de vida correlacionados. Para isso, utiliza-se a análise de componentes principais, bem como a utilização de técnicas paramétricas e não-paramétricas para a estimação das funções de confiabilidade, a fim de determinar a eficiência. Na aplicação apresentada, foi possível reduzir um grande número de variáveis (80 peças originais) para um grupo de apenas três variáveis (componentes principais), no qual se chegou a conclusão de que bastaria usar o primeiro componente. Observou-se que a diferença entre a confiabilidade do primeiro componente principal, e a média das confiabilidades das peças originais para três percentis ( $P_{10}$ ,  $P_{50}$  e  $P_{90}$ ), pôde ser considerada muito pequena, encontrando-se na faixa de -0,2% a 0,1%. Quanto à análise de custo-benefício, a técnica proposta poderá ser tratada como uma atividade de apoio melhorada, ou seja, uma atividade que não gera aumento nos custos, e sim uma melhoria nos benefícios de implementação, pois a coleta do tempo de vida das peças é inevitável.

**Palavras chaves:** confiabilidade, componentes principais, sistemas complexos

## **ABSTRACT**

The reliability of a product is without doubt one of the most important aspects of a program of quality improvement. The main purpose of this research was to propose a multivariate methodology to determine reliability and mean time to failure of a product, whose components have correlated life times. The methodology developed was able to reduce a great number of variables (from 80 original pieces) to a group of only 3 variables (principal components), finally was concluded that using the first component was sufficient to represent the all variables. It was observed that the difference between the reliability of the first principal component and the mean of the reliabilities of the original pieces for three percentis ( $P_{10}$ ,  $P_{50}$  and  $P_{90}$ ) it could be said very small, in other words, they are in the strip from -0,2% to 0,1%. In relation to the cost-benefit analysis, the technique proposed can be treated with being a support activity to improve the quality of product, in other words, an activity that not increase the costs, but bring an improvement when implemented, because the collection of the time of life of the pieces is inevitable.

**Key words:** Multivariate reliability, principal components, complex systems

## **1. Introdução**

Em função do desenvolvimento tecnológico, a grande competitividade do mercado, exigências do consumidor e os instrumentos de proteção ao consumidor, os empresários preocupam-se em produzir produtos com melhor qualidade. Sob todos os aspectos, a análise de confiabilidade tem um grande impacto na satisfação do consumidor, onde a compra de um equipamento mais confiável acarretará num custo de utilização menor, e se ele for menos confiável, ou como se diz na gíria do consumidor, “um produto de segunda linha”, ele terá intervenções mais frequentes para manutenção. Em consequência, poderá anular o efeito do custo de aquisição menor.

Portanto, a melhoria da confiabilidade tornou-se uma parte importante no contexto da melhoria da qualidade. Assim, é de consenso, tanto da empresa como do

consumidor, que produto de baixa confiabilidade não tem qualidade. Para que a baixa confiabilidade não aconteça, uma empresa deverá implementar políticas de manutenção permanente em seus equipamentos, contribuindo, assim, para a garantia da qualidade e dos serviços oferecidos pela empresa.

A melhoria da confiabilidade é, sem dúvida, um dos aspectos mais importantes de um programa de melhoria de qualidade. Para que isso se concretize, uma empresa deverá realizar diversas tarefas destinadas a avaliação do desempenho do produto, que se costuma chamar de Análise de Confiabilidade.

Em função da competitividade do mercado, avanço tecnológico, introdução de nova matéria prima, terceirização da mão de obra e muitos outros, fica-se com tempo limitado para a realização dessas atividades. Assim, não se pode esperar pelas experiências de campo para melhorar a confiabilidade. Para resolver esse problema, a confiabilidade deve seguir os seguintes aspectos em relação ao produto:

- Especificação dos requisitos da confiabilidade;
- Desenvolvimento e análise da produção;
- Utilização e manutenção do produto.

A especificação dos requisitos da confiabilidade é uma das etapas mais importante. Estes requisitos devem ser expressos, quantitativamente, a fim de satisfazer tanto a empresa quanto ao consumidor, eles determinarão o quanto a empresa deverá investir para a construção de um programa de confiabilidade.

A respeito do desenvolvimento e análise da produção, aqui se desenvolve um modelo do produto, onde ficarão implícitos quais os elementos que mediram a confiabilidade. Esta tarefa é de extrema importância, no contexto da engenharia da confiabilidade, envolvendo considerações sobre a complexidade do sistema, a importância de seus componentes e a possibilidade de manutenção. O mais freqüente é a construção de um diagrama de blocos que mostre o arranjo das componentes, que irão proporcionar o desempenho do equipamento.

Outra etapa a ser seguida é a dos testes em protótipos, que tem como objetivo principal verificar se o produto irá seguir suas devidas especificações durante sua vida operacional. A metodologia dentro de confiabilidade, utilizada para essa etapa, é a análise do tempo de falha.

Segundo CLAUSING & SIMPSON (1990), o melhor modo para aumentar a confiabilidade de um equipamento é reduzir a insegurança por melhorias rápidas. Outro potencial, para se evitar desperdício, é o uso indiscriminado de sistemas computadorizados. Esses sistemas não deveriam ser usados para resolver problemas de uma forma automatizada, e sim ajudar em prevenções a fim de satisfazer as necessidades do cliente. Três ferramentas de prevenção importantes devem ser consideradas: 1) criar qualidade em função das necessidades do cliente; 2) desenvolvimento do produto em função da qualidade, identificar e satisfazer necessidades de cliente; 3) aplicação da filosofia de “just-in-time”, especialmente na produção.

A proposta deste trabalho é desenvolver uma metodologia multivariada e alternativa, para que se possa monitorar o tempo de vida e determinar o tempo médio de falha e a confiabilidade de um equipamento, cujos desgastes dos componentes estejam correlacionados, utilizando a análise de componentes principais.

## **2. Descrição das Ferramentas Estatísticas**

O desenvolvimento da metodologia proposta surgiu de idéias tiradas dos trabalhos elaborados por JACKSON & MORRISON (1957), JACKSON (1980, 1981a e 1981b), CHANG (1991), HAYTER & TSUI (1994), YANG *et al.* (1994), KOURTI & Mac GREGOR (1996), WANG & CHEN (1998) e YOUNG *et al.* (1998) que tiveram, como objetivo principal, a redução da *dimensionalidade* do número de variáveis envolvidas no processo. Para isso, os autores basearam-se em técnicas de análise estatística multivariada como: componentes principais e análise fatorial, facilitando o estudo do comportamento do processo em função da redução do número de variáveis. É importante salientar que os trabalhos, citados acima, foram utilizados em Controle Estatístico de Processo, e que nenhum deles traz uma contribuição prática para o trabalho proposto e sim uma contribuição teórica.

Antes de começar a análise exploratória propriamente dita, deve-se fazer um estudo detalhado das variáveis envolvidas no processo de análise de confiabilidade do equipamento. Esta análise deverá ser acompanhada por um técnico especializado

da empresa, a fim de que se possa ter certeza de que qualquer variável, que venha a ser eliminada, não irá prejudicar na análise futura do processo.

**1ª Fase** - Análise exploratória dos tempos de vida das peças originais:

A análise exploratória será composta de duas técnicas estatísticas: estatística descritiva e matriz de correlação **R**. Nesta análise, poder-se-á eliminar variáveis não correlacionadas, bem como variáveis com o mesmo tempo de vida, principalmente se pertencerem a um mesmo grupo funcional.

**2ª Fase** – Cálculo das componentes principais:

Partindo-se do pressuposto de que se deseja a redução do número de peças envolvidas no processo, para calcular os autovalores e autovetores será utilizada a matriz de variância-covariância  $\Sigma$ .

A utilização da Análise de Componentes Principais tem por finalidade determinar novas variáveis, que para a metodologia proposta será capaz de medir o tempo médio de falha e principalmente a confiabilidade do equipamento, ou seja, através de uma combinação linear das variáveis originais determinam-se novas variáveis de análise chamadas de componentes principais.

A matriz de variância-covariância servirá para determinar os autovalores com seus respectivos pesos, bem como os autovetores que possibilitará determinar o percentual da *variância explicada*<sup>1</sup> de cada autovalor.

Com os componentes principais ( $CP_i$ ), autovalores ( $\lambda_{ij}$ ), e as variáveis originais ( $X_i$ ), poder-se-á construir um sistema de equações tal que:

$$\begin{cases} CP_1 = \lambda_{11}.X_1 + \lambda_{21}.X_2 + \dots + \lambda_{n1}.X_n \\ CP_2 = \lambda_{12}.X_1 + \lambda_{22}.X_2 + \dots + \lambda_{n2}.X_n \\ \vdots \\ CP_n = \lambda_{1n}.X_1 + \lambda_{2n}.X_2 + \dots + \lambda_{nn}.X_n \end{cases} \quad (2.1)$$

Para determinar o número de componentes principais será utilizado o Critério de Kaiser, citado por MARDIA *et al.* (1979), onde diz que se deve escolher os componentes principais com peso do autovalor maior que 1, caso tenha utilizado a matriz de correlação, ou os componentes que se encontrarem acima da média dos autovalores caso tenha utilizado a matriz de variância-covariância;

---

<sup>1</sup> Quando a ACP é feita a partir da matriz de correlação (R), o percentual é obtido dividindo  $\lambda$  pelo número de variáveis, que nada mais é o traço da matriz de correlação, quando for utilizado a matriz de variância-covariância ( $\Sigma$ ) o percentual é obtido dividindo  $\lambda$  pelo traço de  $\Sigma$  ou de  $\Lambda$ .

Um outro passo importante é verificar o grau de influência das variáveis originais aos componentes principais, que será determinado pela matriz correlação entre as variáveis originais e os componentes principais.

### **3ª Fase – Aplicação das técnicas de confiabilidade nos componentes principais:**

Após a seleção do número de componentes principais, deve-se analisar as combinações lineares e, em seguida, aplicar as técnicas de confiabilidade para determinar a função densidade de falha, função de confiabilidade e o tempo médio de falha.

Segundo ELSAYED (1992), LEITCH (1995) e RAMAKUMAR (1993), para analisar os componentes principais, deve-se usar os seguintes procedimentos:

1º) Determinar a função densidade de falha  $f(t)$ ;

2º) Ajustar um modelo de distribuição de probabilidade;

- Modelo Exponencial, Weibull, Gamma, Log-normal e Normal.

3º) Determinar o melhor modelo de ajuste para os dados através do método de máxima verossimilhança acompanhado pelo método de mínimos quadrados;

- Teste de Kolmogorov-Smirnov e Coeficiente de Explicação ( $r^2$ ).

4º) Utilizar o modelo de confiabilidade (modelo probabilístico) afim de determinar a função de confiabilidade  $R(t)$  e o tempo médio de falha (MTTF) para uma componente;

- Função de confiabilidade ( $R(t)$ );

A função de confiabilidade será interpretada como sendo a confiabilidade da componente principal gerada em função da variabilidade do tempo de falha das peças que compõem o equipamento, e poderá ser traçada pela mesma distribuição de probabilidade que gerou a confiabilidade das variáveis originais.

- Tempo médio de falha (MTTF).

Da mesma forma que a confiabilidade, o MTTF acompanhará o comportamento da amplitude de variação gerado pela distribuição de probabilidade que a determinou, ou seja, ele será calculado em função da distribuição que melhor se ajustou aos componentes.

### 3. Apresentação e análise dos resultados

Os dados utilizados no trabalho referem-se ao tempo de vida das peças de um equipamento da empresa STIHL de São Leopoldo – RS. Esses dados foram obtidos no setor de confiabilidade da empresa. Esse levantamento de dados foi considerado um dos maiores, feito pela empresa no Brasil envolvendo equipamentos em campo de prova fora de laboratório. Os testes foram realizados em 4 estados brasileiros, envolvendo engenheiros e técnicos das cidades de Paragominas (PA), Jiparana (RO), Ariquemes (RO), Barra do Ribeiro (RS) e Itararé (SP), mas, por motivo de sigilo industrial, não poderão ser fornecidos maiores detalhes quanto ao tipo de equipamento utilizado, bem como o nome das peças utilizadas na análise.

O tempo médio de funcionamento das peças selecionadas na 1ª fase da metodologia foi de 464 horas (d.p. 58 horas), e o coeficiente de variação C.V.=12,42%.

Para desenvolver a 2ª fase utilizou-se a matriz de variância-covariância. Na Tabela 1 apresentam-se os autovalores e seus respectivos coeficientes de explicação (% da variância explicada).

TABELA 1: Autovalores da matriz de variância-covariância e seus respectivos coeficientes de explicação

Componente Principal	Inércia do Autovalor	% da Variância Explicada	% da Variância Explicada Acumulada
CP <sub>1</sub>	337828	68,1557	68,1560
CP <sub>2</sub>	45332	9,1456	77,3010
CP <sub>3</sub>	36436	7,3509	84,6520

Analisando a TABELA 1, observa-se que o primeiro componente principal (CP<sub>1</sub>) explica 68,16% da variabilidade total do tempo de vida das peças, o segundo componente principal (CP<sub>2</sub>) explica 9,15% e o terceiro componente principal (CP<sub>3</sub>) 7,35%, os demais somados explicam somente 15,35% da variabilidade total.

### 3.1. Determinação do número de componentes principais

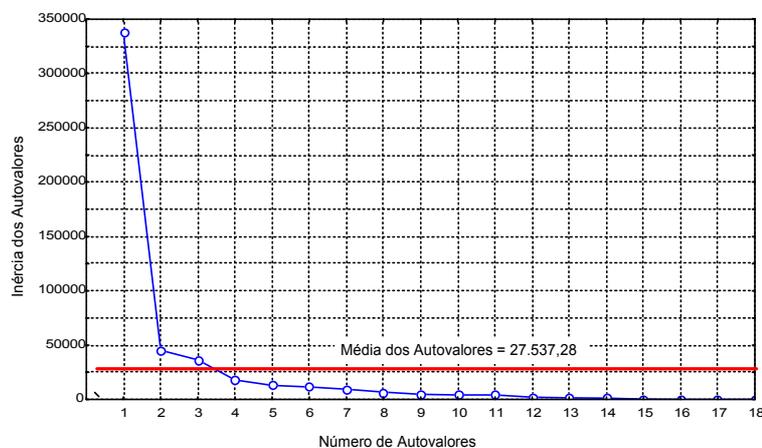


FIGURA 1: Peso dos autovalores, segundo o Critério Gráfico de Cattel

Conforme o Critério de Kaizer, cujo  $\bar{\lambda} = 27.537,28$ , seria necessário utilizar na análise de confiabilidade os três primeiros componentes principais, pois eles explicam 84,68% da variação total dos dados. O mesmo acontece com o Critério Gráfico de Cattel (CATTEL, 1966), em que a curva estabiliza a partir do quarto componente principal. Mas, pela matriz de correlação das variáveis originais com os três primeiros componentes principais (Tabela 2), fica bem claro que o primeiro componente se destaca em relação aos demais, e não será necessário utilizar os demais.

TABELA 2: Correlação entre as peças originais e os três componentes selecionados

		Componentes Principais		
		CP <sub>1</sub>	CP <sub>2</sub>	CP <sub>3</sub>
Peças Originais	G01B	0,987*	-0,028	-0,088
	G01C	0,764*	0,211	-0,055
	G02B	0,428*	-0,124*	0,671*
	G02E	0,593*	-0,369*	0,413*
	G03A	0,768*	0,394	-0,149
	G04A	0,987*	-0,028	-0,088
	G05A	0,980*	-0,012	-0,032
	G05C	0,987*	-0,028	-0,088
	G06A	0,904*	-0,160	0,035
	G08B	0,786*	-0,243	0,366*
	G08C	0,882*	-0,093	-0,036
	G09B	0,448*	0,200	0,650*
	G09C	0,880*	-0,227	-0,021
	G10A	0,515*	0,801*	0,197
	G11C	0,987*	-0,028	-0,088
G13B	0,939*	0,130	-0,103	
G14B	0,829*	-0,150	-0,340*	
G15A	0,860*	-0,084	-0,382*	

\* correlação significativa ( $p < 0,05$ )

### 3.2. Análise do primeiro componente principal (CP<sub>1</sub>)

Para o desenvolvimento da 3<sup>a</sup> fase estimou-se os parâmetros para os principais modelos de confiabilidade.

- Parâmetros estimados para o modelo:

TABELA 3: Parâmetros estimados para os modelos

Modelo	Parâmetros			
	$\lambda$	MTTF	Escala	Forma
Exponencial	0,0021	485,5079	---	---
Weibull	---	482,3381	$\hat{\alpha} = 540,5091$	$\hat{\delta} = 1,5885$
Gamma	---	492,4980	$\hat{\alpha} = 265,6253$	$\hat{\delta} = 1,8541$
		MTTF	Média	Variância
Log-normal	---	519,3397	$\hat{\mu}_{\log} = 5,9140$	$\sigma_{\log}^2 = 0,6772$
Normal	---	485,5079	$\hat{\mu}_{\log} = 485,5079$	$\sigma_{\log}^2 = 95739,87$

- Escolha e validação dos modelos de confiabilidade:

TABELA 4: Teste de aderência para os modelos

Modelo	Teste Qui-quadrado			Teste de Kolmogorov- Smirnov	
	$\chi^2_{cal}$	$\chi^2_{tab}$	p	Teste KS	p
Exponencial	9,30	1,88	0,0976	0,1480	0,0350
Weibull	1,85		0,7442	0,1103	0,1890
Gamma	2,84		0,5855	0,1166	0,2064
Log-normal	6,46		0,167	0,1443	0,0446
Normal	3,85		0,4268	0,1780	0,0038

- Validação dos modelos de confiabilidade:

TABELA 5: Função de confiabilidade Weibull/Gamma e seus respectivos coeficientes de explicação

Modelo	Função	$R^2$	$R^2_{adj.}$	Teste F
Weibull	$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{540,5091}\right)^{1,5885}}$	0,82204	0,81723	1782,51
Gamma	$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{265,6253}\right)^{1,8541}}$	0,79962	0,79420	1353,24

Analisando a Tabelas 5, observa-se que o modelo Weibull é mais robusto que o modelo Gamma, pois seu coeficiente de explicação é maior que o do modelo Gamma.

### 3.3. Comparação da confiabilidade da CP<sub>1</sub> e o tempo de vidas das peças originais

A TABELA 6 apresenta o comportamento da função de confiabilidade da primeira componente principal e das peças originais em função da distribuição de Weibull.

TABELA 6: Confiabilidade para os percentis 10, 50 e 90 para as peças originais e o primeiro componente principal

Peças e CP's	P <sub>10</sub>		P <sub>50</sub>		P <sub>90</sub>	
	Tempo	R(t)	Tempo	R(t)	Tempo	R(t)
G1B	302,5286	0,91922	519,467	0,50990	685,245	0,14170
G1C	286,0411	0,86928	403,449	0,65153	695,990	0,08034
G2B	151,5276	0,92340	346,2857	0,50960	532,000	0,12949
G2E	257,0504	0,87406	383,9508	0,61197	583,956	0,14972
G3A	229,2946	0,87896	446,89	0,57892	689,895	0,09046
G4A	302,5286	0,91922	519,467	0,50990	685,245	0,14170
G5A	304,8024	0,90900	514,3722	0,50994	696,000	0,12450
G5C	302,5286	0,91922	519,467	0,50990	685,245	0,14170
G6A	298,6292	0,90904	503,3912	0,54010	778,543	0,03199
G8B	136,8122	0,96882	380,7031	0,45923	674,239	0,13399
G8C	248,5634	0,90471	426,50827	0,61106	695,935	0,12386
G9B	254,1881	0,87935	381,9446	0,56401	534,265	0,14063
G9C	252,7952	0,92116	491,875	0,49142	690,550	0,11840
G10A	156,3919	0,88242	340,1439	0,56009	631,231	0,14032
G11C	302,5286	0,91922	519,467	0,50990	685,245	0,14170
G13B	299,0782	0,91009	512,0713	0,49076	691,254	0,11083
G14B	255,0897	0,92025	493,5637	0,49037	689,957	0,11997
G15A	287,0828	0,90100	440,7224	0,63087	691,873	0,11085
Média das $R_{x_i}(t)$	---	0,907135	---	0,541082	---	0,120674
D.p. das $R_{x_i}(t)$	---	0,023316	---	0,054069	---	0,028166
CP <sub>1</sub>	112,1986	0,92100	413,5829	0,52014	887,9546	0,11078
Diferenças das $R_i(t)$						
$R_{CP_1}(t) - \bar{R}_{x_i}(t)$	0,01387		-0,02094		-0,00989	

- Relação da confiabilidade do CP<sub>1</sub> e das peças originais

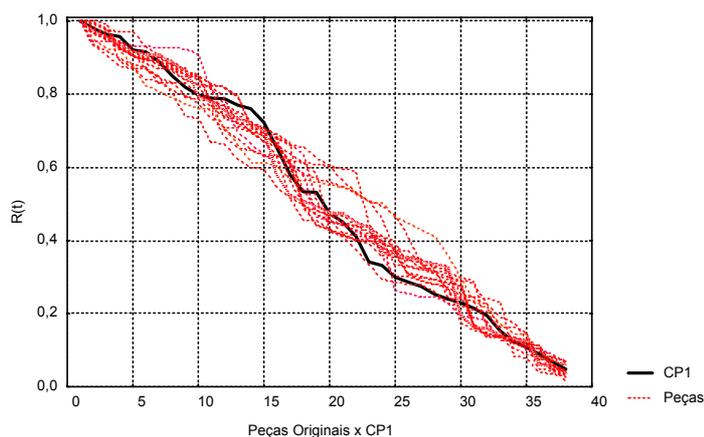


FIGURA 2: Confiabilidade da CP<sub>1</sub> e do tempo de vida das peças originais

Analisando a TABELA 6 e FIGURA 2, observa-se que a diferença entre a confiabilidade do componente principal e a média das confiabilidades das peças

originais para os 3 percentis pode ser dita muito pequena, ou seja, encontra-se na faixa de -0,2% a 0,1%.

#### **4. Conclusão**

A metodologia proposta garante que é possível determinar a confiabilidade de um equipamento sem que possa testar peça por peça, ou que se use de outro tipo de artifício para tal cálculo, deixando bem claro que, para determinar a confiabilidade de um equipamento basta seguir os passos da metodologia. Lembrando ainda que a análise peça a peça não determina a confiabilidade de um equipamento e sim a confiabilidade de uma peça específica.

Nesta metodologia, além de procurar determinar o grau de confiabilidade de um equipamento, e o tempo médio de falha através do uso de modelos probabilísticos, pretende-se mostrar o quanto é importante o uso de técnicas multivariadas no desenvolvimento de novas metodologias de análise de dados.

A metodologia proposta vem a ser inovadora, principalmente quando se trata de sistemas complexos, cuja metodologia multivariada é pouca e em muitos casos inexistente.

No que se refere à análise de custo-benefício, a metodologia proposta, será considerada uma atividade de apoio melhorada, terá custos de implantação no que se refere ao treinamento de pessoal, para uso das ferramentas estatísticas, mas estes custos serão dissolvidos no prazo de garantia do produto, em função da melhoria da confiabilidade do produto.

#### **Referências Bibliográficas**

CLAUSING, D.; SIMPSON, B.H. (1990). Quality by design. In: **Quality Progress**. v. 23, n. 1, p. 41-44.

BASOVSKY, I. (1961). **Reliability theory and practice**. New Jersey: Prentice Hall.

CAMPANELLA, J. (1999). **Principles of quality costs: principles, implementation and use**. American Society for Quality, Quality costs committee of the Quality Management Division.

- CATTEL, R.B. (1966). The screen test for the number of factors. In: **Multivariate Behavior Research**. v. 1, p. 245-276.
- CHANG, T. (1991). Statistical control of correlated variables. In: **45<sup>th</sup> ANNUAL QUALITY CONGRESS**. Milwaukee WI, p. 298-303.
- ELSAYED, E.A. (1992). **System Reliability Engineering**. Rutgers University, Piscataway, New Jersey, USA.
- HAYTER, A.J.; TSUI, K-L; (1994). Identification and quantification in multivariate quality control problems. In: **Journal of Quality Technology**. v. 26, n. 3, p. 197-208.
- JACKSON, J.E.; MORRISON, R.H. (1957). Application of multivariate quality control to photographic processing. In: **Journal of the American Statistical Association**. v. 52, n. 2, p. 186-199.
- JOHNSON, R.A.; WICHERN, D.W. (1992). **Applied multivariate statistical analysis**. 3 Ed. New Jersey: Prentice Hall.
- KOURTI, T.; Mac GREGOR, J.F. (1996). Multivariate SPC methods for process and product monitoring. In: **Journal of Quality Technology**. v. 28, n. 4, p. 409-428.
- MARDIA, K.V.; KENT, J.T., BIBBY, J.M. (1979). **Multivariate analysis**. Londres: Academic.
- LEITCH, R.D. (1995). **Reliability analysis for engineers**. New York: Oxford University Pres. Inc.
- RAMAKUMAR, R. (1993). **Engineering reliability: Fundamentals and applications**. New Jersey: Prentice-Hall International.
- WANG, F.K.; CHEN, J.C. (1998). Capability index using principal components analysis. In: **Quality Engineering**. v. 11, n. 1, p. 21-27.
- YANG, K.; HE, Y.; XIE, W. (1994). Statistical diagnosis and analysis techniques: A multivariate statistical study for an automotive door assembly process. In: **Quality Engineering**. v. 7, n. 1, p. 1-30.
- YOUNG, R.R.; BAUER, Jr.; KENNETH, W.; SHEDDEN, J.S. (1998). Multivariate analysis and statistical process control for Steering Wheel Manufacturing. In: **Quality Engineering**. v. 10, n. 3, p. 481-489.