

UTILIZAÇÃO DA ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS (DEA) NA COMPOSIÇÃO DE CARTEIRA DE INVESTIMENTO DIVERSIFICADA E EFICIENTE

USE OF DATA ENVELOPMENT ANALYSIS (DEA) IN DIVERSE AND EFFICIENT INVESTMENT PORTFOLIO COMPOSITION

Fernando Queiroz de Lira Alexandrino* E-mail: fernando.hnd@gmail.com

Renan André Barbosa dos Santos** E-mail: renanprod@yahoo.com.br

Lidia Angulo-Meza** E-mail: lidia.angulo.meza@gmail.com

Ricardo Bordeaux-Rego** E-mail: ribordeaux@hotmail.com

*Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), Rio de Janeiro, RJ, Brasil

**Universidade Federal Fluminense (UFF), Niterói, RJ, Brasil

Resumo: Diante de diversos tipos de aplicações financeiras, o investidor pode ter dificuldade em qual opção escolher, diante das variações da relação retorno x risco apresentadas por cada modalidade. Especialmente no caso das ações, ativos considerados de alto risco, a composição de um portfólio diversificado possibilita que o investidor tenha maiores chances de obter boa rentabilidade, assim como redução considerável do risco do investimento. Este estudo objetiva empregar a Análise Envoltória de Dados (DEA) para compor uma carteira eficiente, sob a ótica de indicadores comumente utilizados em análises fundamentalistas. A metodologia consistiu em coleta de dados junto à bolsa de valores e demais fontes de investimento, seleção das ações eficientes e otimização da carteira resultante, usando para isto o modelo de Markowitz. Os resultados indicaram que, dos cem títulos com maior volume de negociação, apenas dez foram considerados eficientes, e a carteira formada por eles obteve desempenho superior aos dos índices Ibovespa e IBr-X100. Foi possível concluir que a diversificação de portfólio de ações é uma opção viável e satisfatória em relação aos demais tipos de investimentos disponíveis para o investidor, possibilitando assim que o mesmo tenha condições de escolher uma carteira de investimento eficiente e otimizar a relação retorno x risco.

Palavras-chave: Análise Envoltória de Dados. Diversificação de carteira. Modelo de Markowitz.

Abstract: In front of many types of financial investments, the investor may have difficulty which option to choose in the face of variations of the ratio between return and risk presented by each one. Especially in the case of equities, considered high risk financial assets, the composition of a diversified portfolio enables the investor to have higher chances of getting good returns, as well as considerable reduction in investment risk. This paper aims to employ the data envelopment analysis (DEA) to compose an efficient portfolio, from the perspective of indicators generally used in fundamentalist analysis. The methodology consisted of data collecting from to the stock market and other sources of investment, selection of efficient equities and the resulting portfolio optimization, using for it the Markowitz model. The results indicated that, the hundred titles with greater trading volume, only ten were considered efficient, and the portfolio formed by them got superior performance than the Ibovespa and IBr-X100 indexes. It was possible to conclude that the diversification of equities portfolio is a viable and satisfactory option when compared to other types of investments available to investors, thus enabling that the same be able to choose a portfolio of efficient investment and to optimize the ratio between return and risk.

Keywords: Data Envelopment Analysis. Portfolio Diversification. Markowitz Model.

1 INTRODUÇÃO

A busca por retornos consideráveis motiva diversos investidores a aplicar valores expressivos em determinados investimentos, enquanto outros preferem investir seu capital em ativos que minimizem o risco. Esse fato é possível devido à considerável variedade de investimentos viáveis que são disponibilizados. Jorion (2003) reforça essa ideia ao abordar que uma das questões mais relevantes de Finanças é a respeito do risco de ativos financeiros ao longo do tempo. De acordo com Rosseti (2007), a alternativa do investidor ao escolher a composição de sua carteira de investimento depende do retorno esperado e de seu risco.

No Brasil, o investidor pode aplicar seus recursos de diferentes formas, destacando-se: renda fixa, mercado imobiliário e renda variável. A poupança e o CDB (certificado de depósito bancário) são alguns dos principais exemplos de investimentos de renda fixa, que possuem a vantagem de ter um pequeno risco atrelado, contudo, proporcionam baixa rentabilidade (RESENDE NETO, 2006).

O investimento no mercado imobiliário ocorre de duas formas: locação e especulação imobiliária. A locação de imóveis, tradicionalmente, tende a gerar retorno e risco relativamente limitados, contudo uma parcela dos investidores mais conservadores considera a vantagem de ser um investimento físico, tangível. Por outro lado, a especulação imobiliária, quando realizada em épocas de grandes disponibilidades de crédito ao mercado, possibilita retorno significativo, mas há o risco de baixa liquidez em períodos inflacionários. Castro (1982 *apud* ANÃÑÃ, 2001) aborda a especulação imobiliária como o investimento realizado em que não há como objetivo a produção em si, mas sim a valorização do patrimônio.

Já no mercado de renda variável duas das principais alternativas são opções e ações. De acordo com Cerqueira (2010), o mercado de opções é reconhecido pelo seu grande potencial de gerar altos retorno e risco, demandando uma análise minuciosa a respeito das várias combinações deste *trade-off*. Krukoski (2010) afirma que os investimentos em ações e opções deixaram de ser restritos aos médios e grandes investidores e se tornaram também acessíveis àqueles com disponibilidade menor de capital.

Para que o investidor consiga uma rentabilidade alta, atrelada a um risco pequeno (ou menor), há um conjunto de técnicas que possibilitam uma análise fundamentada em dados históricos e/ou tendências do mercado. Uma dessas

técnicas, o modelo de Markowitz, é empregado neste artigo em concomitância com a Análise Envoltória de Dados (DEA). O primeiro busca otimizar a relação entre retorno x risco por meio da diversificação da carteira de investimento. Por sua vez, a Análise Envoltória de Dados busca identificar as melhores opções disponíveis de acordo com as eficiências apresentadas por cada uma delas.

Este trabalho objetiva mostrar a contribuição de DEA à Administração Financeira ao auxiliar investidores na escolha de uma carteira de investimento diversificada e eficiente. A finalidade é mostrar que, com a seleção e coleta de dados apropriada e utilização de algoritmos adequados, é possível realizar um investimento com maior retorno e redução do risco associado.

A seguir estão relacionados os objetivos específicos do trabalho:

- Realizar um levantamento bibliográfico a respeito dos principais tipos de investimentos e quais suas características.
- Demonstrar as vantagens de utilizar a diversificação de carteiras de investimentos, por meio do modelo de Markowitz.
- Demonstrar os ganhos ao se empregar DEA no mercado de ações.
- Obter e analisar dados financeiros de um conjunto específico de empresas, por meio de determinados indicadores.
- Escolher o modelo DEA mais adequado para este tipo de aplicação.
- Obter uma carteira de investimento eficiente e otimizada por meio da diversificação de investimentos.

2 DESENVOLVIMENTO

2.1 Mercado de Ações

Bordeaux-Rego e Ness (2007) abordam que as empresas podem conseguir capital de diversas formas, dentre as quais está a obtenção de lucro e a emissão de ações. Segundo a Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros, a BM&FBovespa (2011), “as ações são títulos nominativos negociáveis que representam, para quem as possui, uma fração do capital social de uma empresa”. De maneira complementar, Assaf Neto (2010) define ação como uma parcela específica de capital de uma sociedade anônima. O dono de determinada ação é reconhecido

como acionista e é dono da empresa de maneira proporcional à quantidade de ações que possui.

Os acionistas investem seus recursos em determinadas empresas com o objetivo de conseguir retorno financeiro considerável do investimento realizado, portanto, espera que as empresas que escolheu tenham processos eficientes e maximizem seus lucros. Segundo Gitman (2004), o objetivo dessas empresas e de seus administradores e empregados é de maximizar o retorno dos seus investidores.

2.2 Indicadores Fundamentalistas

Conforme Silva *et al.* (2014), determinados índices de mercado foram criados com o objetivo de possibilitar a análise de desempenho das empresas e respectiva comparação entre elas. Estes são conhecidos como indicadores fundamentalistas e passaram a servir também como um apoio na prática de investimento em ações dessas empresas. Para Artuso e Neto (2012), a composição de carteiras utilizando indicadores fundamentalistas é uma prática que deve ser mais explorada no Brasil.

Matarazzo (2010 *apud* Neves Júnior, 2012) afirma que a análise de balanços é um dos instrumentos que pode ser utilizado para certificar a eficiência das empresas. Esse processo ocorre por meio de índices formados da comparação entre as demonstrações financeiras e os índices padrões do setor. Alguns dos principais indicadores fundamentalistas analisados pelos investidores para a tomada de decisão são: volatilidade, coeficiente beta, retorno, dividendos (em inglês *dividend yield*), lucro por ação e valor por ação.

A volatilidade, de acordo com Ross (2013), pode ser obtida por meio do desvio padrão dos retornos, que por sua vez é a raiz quadrada da diferença entre o retorno real de um determinado ativo ou carteira e seu retorno esperado. Quanto menor o valor desse índice melhor será para a empresa e seus investidores.

Já o coeficiente beta, representado pela letra grega β , mostra o risco sistemático de determinado ativo em relação a um ativo médio. Ross (2013) explica que, por definição, é considerado 1,0 o valor do beta de um ativo em relação a e ele mesmo. Deste modo, caso outro ativo tenha beta com valor 0,5 ele tem metade do risco quando comparado com o primeiro. Analogamente, um ativo que tenha beta com valor de 2,0 terá o dobro de risco em relação ao primeiro ativo. Isso pode ser explicado porque há uma relação direta entre o risco sistemático e o coeficiente

beta, visto que o beta mede quantitativamente a volatilidade de um investimento financeiro em função do risco sistemático, que segundo Gitman (2004), é um risco que não pode ser eliminado pela diversificação.

O retorno do ativo consiste na rentabilidade do mesmo ao longo do tempo e, segundo Gitman (2004), mede a eficácia geral da administração de determinada empresa por meio da relação de lucros gerados e ativos disponíveis. Quanto maior o valor desse índice melhor será para a empresa e seus investidores.

Os dividendos pagos aos acionistas representam o retorno sobre o capital investido na empresa por eles, seja de maneira direta ou indireta. Ross (2013) informa que uma característica distinta das sociedades por ações é que são autorizadas, ou até mesmo obrigadas por lei, a pagar dividendos a seus acionistas. Quanto maior o valor desse índice melhor será para seus investidores.

O lucro por ação de uma empresa (LPA), conforme Gitman (2004), representa a relação entre a quantidade de unidades monetárias obtidas de lucro em determinado período para cada ação ordinária. O LPA é um importante indicador para os investidores, sejam os atuais ou os potenciais, e também para a administração da empresa. Quanto maior o valor desse índice melhor será para a empresa e seus investidores.

Finalmente, o valor por ação (VPA) pode ser encontrado na razão dos valores do fluxo de caixa da empresa e de seus retornos exigidos (GITMAN, 2004). Quanto maior o valor desse índice melhor será para a empresa e seus investidores.

2.3 Relação Risco x Retorno

O processo de tomada de decisão de investimentos financeiros ocorre em cenários imprevisíveis, visto que o futuro é incerto. A respeito desses cenários, dois importantes fatores merecem devida atenção para o investimento: o risco e o retorno.

O risco é a possibilidade de que um evento inesperado desfavorável ocorra, gerando um retorno inferior ao esperado ou até mesmo perda. Assaf Neto (2010) complementa essa ideia ao definir risco como a possibilidade de perda ou fracasso. Segundo a BM&FBovespa (2009), a melhoria da qualidade das informações prestadas pelas empresas reduzem as incertezas quanto aos processos de avaliação e de investimento e com isso diminuem o risco do investimento nessa

empresa. Por sua vez, o retorno financeiro pode ser definido como a quantia que o investidor recebe, dentro de determinado período específico, pelo valor investido. Gitman (2004) confirma esse conceito ao dizer que “o retorno é o ganho ou a perda total sofrido por um investimento em certo período”.

O investidor que pretende aplicar seus recursos no mercado de ações deseja buscar o maior retorno possível do investimento realizado atrelado à determinada faixa de riscos. Um possível investidor inexperiente poderia vir a aceitar riscos elevados associado a altos retornos, visto que esses dois fatores tendem a ter correlação positiva. Entretanto, a relação entre eles pode ser ajustada de forma mais refinada pela diversificação da carteira, de maneira que o investidor consiga otimizar o retorno trabalhando dentro de faixas de risco mais limitadas.

De acordo com Gitman (2004) e Damodaran (2002), o risco de uma carteira pode ser formado por duas partes, o risco diversificável e o risco não diversificável. Gitman (2004) define que:

O risco diversificável (também chamado de risco não sistemático) representa a parte do risco de um ativo associado a causas aleatórias e que pode ser eliminada com a diversificação de carteira. É atribuível a eventos relacionados especificamente à empresa, tais como greves, ações judiciais, decisões de agências reguladoras e perda de um cliente importante. O risco não diversificável (também chamado de risco sistemático) é atribuível a fatores de mercado que afetam todas as empresas e não pode ser eliminado por meio de diversificação. Guerras, inflação, incidentes internacionais e eventos políticos são responsáveis por esse tipo de risco (GITMAN, 2004, p. 200)

2.4 Modelo de Markowitz

No mercado de ações uma estratégia viável é a seleção de carteiras de ações bem distribuídas, ou seja, a realização da diversificação do investimento. A respeito desta, Bordeaux-Rego (2004) explica que:

O princípio da diversificação, na teoria de finanças, prevê que o risco de uma carteira com diversos ativos seja menor que o de um único ativo que ofereça o mesmo retorno da carteira. A razão está na compensação dos riscos individuais, através da correlação baixa positiva ou negativa entre os retornos de alguns ativos da carteira, provocando a redução do seu risco total (BORDEAUX-REGO, 2004, p. 77)

Contudo, esse princípio nem sempre foi utilizado, pois antigamente muitos investidores seguiam, de maneira equivocada, o princípio de concentrar os investimentos de forma a obter o maior retorno possível, desprezando assim o risco do investimento e possibilitando que uma aplicação mal realizada pudesse gerar a perda de todo o capital investido. A mudança desse cenário ocorreu a partir de Markowitz (1952), por meio da publicação de “*Portfolio Selection*”, onde foi desenvolvido o conceito de otimização da carteira de ações. Nesse artigo é abordado que uma tomada de decisão racional sobre o investimento deveria considerar não apenas maximização do retorno do investimento, mas também a minimização do seu risco atrelado.

Markowitz (1952) afirma que, para determinado investimento, deve existir uma carteira que maximize o retorno esperado e minimize a variância, sendo essa carteira indicada ao potencial investidor. Para isso ele propôs um método em que podem ser calculados simultaneamente: o retorno esperado da carteira, através do somatório do produto entre a participação (w_a) e o retorno esperado (μ_a) de cada ativo (isto é, $\sum_a w_a \mu_a$); e a variância da mesma, através do somatório do produto entre as participações de cada par de ativos ($w_a w_b$) e a covariância (σ_{ab}) entre eles (ou seja, $\sum_a \sum_b w_a w_b \sigma_{ab}$).

O modelo de Markowitz é apresentado em (1)-(4). Pelas equações (1) e (2), respectivamente, são calculados o retorno esperado e a variância do investimento, ao passo que a expressão (3) representa a distribuição do capital entre os ativos que formam o portfólio. Finalmente, a restrição (4) implica que as variáveis são não negativas.

$$E = \sum_a w_a \mu_a \quad (1)$$

$$V = \sum_a \sum_b w_a w_b \sigma_{ab} \quad (2)$$

$$\sum_a w_a = 1 \quad (3)$$

$$w_a \geq 0 \quad (4)$$

Onde:

E : Retorno esperado da carteira

V : Variância da carteira

w_a : Participação do ativo a

μ_a : Retorno esperado do ativo a

σ_{ab} : Covariância entre os ativos a e b

Por meio da diversificação da carteira proposta pelo modelo, a variância obtida será inferior à variância média dos ativos individuais. Ao fixar um determinado nível de rentabilidade desejada pelo investidor, o modelo calcula a participação dos ativos de tal forma que sejam escolhidos aqueles com menor covariância entre si, minimizando o risco do investimento.

2.5 Análise Envoltória de Dados (DEA)

A Análise Envoltória de Dados ou DEA (*Data Envelopment Analysis*) é uma abordagem quantitativa e não paramétrica para avaliação de eficiência. Esta é entendida como a relação entre o que foi realizado por uma unidade produtiva (*outputs*) com aquilo que poderia ter sido realizado, dada a mesma disponibilidade de recursos (*inputs*). A literatura atribui às unidades produtivas o termo DMU (*Decision Making Unit*), e os modelos de DEA estabelecem as melhores relações entre as variáveis de *inputs* e *outputs* de um conjunto de DMUs, traçando a chamada fronteira de eficiência e discriminando DMUs eficientes, isto é, aquelas situadas na fronteira, das demais DMUs, ditas ineficientes. Neste último caso, a eficiência pode ser atingida reduzindo os recursos e mantendo os produtos constantes, o que se chama de orientação a *inputs*, ou aumentando os produtos e mantendo constantes os recursos, isto é, orientação a *outputs* (COOPER *et al.*, 2007).

O primeiro modelo de DEA se tornou conhecido como CCR (CHARNES *et al.*, 1978) e considera retornos constantes de escala entre *inputs* e *outputs*, isto é, alterações nas variáveis de insumo (ou produto) provocam alterações proporcionais nas variáveis de produto (ou insumo), razão pela qual a literatura também apresentá-lo como CRS (*Constant Returns to Scale*). Sejam I e J os conjuntos das variáveis de *input* e de *output*, respectivamente, e K o conjunto das DMUs a serem avaliadas, o modelo CCR com orientação a *inputs* é formulado em (5)-(9), onde y_i é

o peso associado ao *input* x_{ik} , com $i \in I$, e u_j o peso associado ao *output* y_{jk} , sendo $j \in J$.

$$\max Eff_0 = \sum_{j \in J} u_j y_{j0} \quad (5)$$

s.a:

$$\sum_{i \in I} v_i x_{i0} = 1 \quad (6)$$

$$\sum_{j \in J} u_j y_{jk} - \sum_{i \in I} v_i x_{ik} \leq 0, \quad \forall k \in K \quad (7)$$

$$v_j \geq 0, \quad \forall i \in I \quad (8)$$

$$u_j \geq 0, \quad \forall j \in J \quad (9)$$

A função objetivo (5) fornece a eficiência da DMU sob análise $k = 0$, uma vez que o somatório ponderado dos *inputs* é igual a 1, como expresso na restrição (6). O conjunto de inequações (7) garante que as variáveis de decisão v_i e u_j são tais que a razão entre a soma ponderada dos *outputs* e a soma ponderada dos *inputs* é, no máximo, igual a 1. As restrições (8) e (9) são de não-negatividade.

Banker *et al.* (1984) apresentaram uma extensão ao CCR que utiliza retornos variáveis de escala. Com esta importante diferença conceitual, o modelo BCC ou VRS (*Variable Returns to Scale*) substitui a premissa de proporcionalidade pela premissa de convexidade, possibilitando que DMUs que utilizam poucos insumos tenham retornos crescentes de escala e as que operam com altos valores tenham retornos decrescentes (SOARES DE MELLO *et al.*, 2005). Tais situações são expressas pela inclusão de uma variável livre na modelagem (u_* na orientação a *inputs* e v_* na orientação a *outputs*): quando esta possui valor negativo, indica retornos decrescentes, quando positiva, denota retornos crescentes, enquanto exprime retornos constantes quando assume valor nulo. A formulação matemática linear do BCC orientado a *inputs* é apresentada em (10)-(14):

$$\max Eff_0 = \sum_{j \in J} u_j y_{j0} + u_* \quad (10)$$

s.a:

$$\sum_{i \in I} v_i x_{i0} = 1 \quad (11)$$

$$-\sum_{i \in I} v_i x_{ik} + \sum_{j \in J} u_j y_{jk} + u_* \leq 0, \quad \forall k \in K \quad (12)$$

$$v_j \geq 0, \quad \forall i \in I \quad (13)$$

$$u_j \geq 0, \quad \forall j \in J \quad (14)$$

De acordo com Golany e Roll (1989), a metodologia de DEA passa por três etapas:

- i.* Definição e seleção de DMUs: o conjunto K deve ser homogêneo e ter a mesma utilização de *inputs* e *outputs*, somente variando em intensidade. Embora não haja uma regra geral, Banker *et al.* (1989) sugerem que o número de DMUs deve ser pelo menos três vezes o número de variáveis, enquanto Cook *et al.* (2014) propõem que seja pelo menos duas vezes o número de variáveis.
- ii.* Seleção de variáveis: um grande número de variáveis pode fazer com que muitas DMUs se localizem na fronteira, o que reduz o poder discriminatório de DEA. Deve-se, portanto, encontrar um equilíbrio entre o total de variáveis $|I|+|J|$ e $|K|$. Para isto, podem ser empregadas técnicas estatísticas e de multicritério. Adler e Raveh (2008) apresentam uma ferramenta gráfica que pode ser utilizada *a priori* para dimensionar o modelo em termos de variáveis e DMUs.
- iii.* Escolha do modelo: Cook *et al.* (2014) reúnem uma série de recomendações a serem observadas nesta etapa, passando por questões como dimensionamento, orientação e utilização de dados absolutos ou relativos. Quando as variáveis são índices, percentuais, proporções ou taxas, definidos no intervalo $[0,1]$, deve-se utilizar o modelo BCC, posto que o cálculo dos alvos pelo modelo CCR pode levar a valores superiores a 1 (100%), o que é um equívoco na ordem prática (DYSON *et al.*, 2001).

A flexibilidade dos pesos computados por DEA pode ser limitada em determinadas aplicações, quando se deseja incorporar ao modelo algum julgamento de valor por tomador de decisão, seja por meio de restrições diretas aos pesos, ou por meio de ordenação de preferência entre as variáveis. Thanassoulis *et al.* (2011) elencam as motivações desta prática e apresentam um conjunto de técnicas que podem ser empregadas, bem como suas devidas implicações. Segundo Gomes Junior *et al.* (2017), a possibilidade de uma ponderação inadequada dos pesos utilizados em DEA gera alguns questionamentos e controvérsias entre os pesquisadores. Devido tal, destaca a importância adequada da ponderação dos pesos em DEA.

No Brasil, alguns estudos foram conduzidos utilizando DEA para seleção de ativos financeiros. Lopes *et al.* (2008) empregaram os modelos CCR e BCC para a construção de carteiras durante o período de 1995 e 2007, adotando como *inputs* os indicadores volatilidade, coeficiente beta e preço/lucro (cotação da ação/lucro por ação), e como *outputs* o lucro por ação e os retornos dos últimos 12, 36 e 60 meses. O investimento aplicado foi ponderado igualmente entre as ações dentro do portfólio. Os autores concluíram que todas as carteiras utilizando DEA obtiveram desempenho superior ao do índice Ibovespa, e a carteira do modelo BCC é a mais indicada para retornos a longo prazo.

Em Lopes *et al.* (2010), o modelo de Markowitz é empregado para otimizar uma carteira composta das ações eficientes selecionadas por um modelo de DEA considerando retornos variáveis de escala. Como variáveis, foram utilizados os mesmos indicadores fundamentalistas supracitados, referentes ao período de janeiro de 2006 a dezembro de 2008. Os resultados obtidos mostraram que a determinação das participações dos ativos pelo modelo de Markowitz produz maiores ganhos e menores perdas em períodos de crise.

Rotela Junior *et al.* (2014a) analisaram a composição de duas carteiras selecionadas com aplicação do BCC em um conjunto inicial de 40 ações, sendo uma delas com igual distribuição do investimento entre os ativos, e outra em que se empregou o Índice de Sharpe (SHARPE, 1963) para determinar a participação das ações. As variáveis adotadas foram preço/lucro, volatilidade (*inputs*), lucro por ação e retorno (*outputs*) entre abril de 2010 e março de 2013. Comparando essas duas carteiras com uma terceira construída unicamente com a abordagem de Sharpe, os resultados indicaram que o emprego de DEA levou a desempenhos superiores, ao passo que a carteira formada por ambas as metodologias (DEA para seleção das ações e Sharpe para distribuição do investimento) obteve o melhor rendimento.

Uma abordagem semelhante entre o modelo BCC e o Índice de Sharpe é vista em Rotela Junior *et al.* (2014b), em que se compararam as carteiras formadas em Lopes *et al.* (2010) e Rotela Junior *et al.* (2014a) com uma carteira proposta pelos autores. Esta última adotou como *inputs* o coeficiente beta, a volatilidade e o preço/lucro e como *outputs* o lucro/ação e o retorno acumulados dos últimos 36 meses, entre setembro de 2012 a agosto 2014. Considerando como critério de desempenho a diferença entre o retorno esperado e a variância da carteira, a metodologia de Rotela Junior *et al.* (2014a) apresentou o melhor resultado.

DEA também tem sido usada para avaliação de desempenho nas mais variadas áreas de atuação, como na indústria de Óleo & Gás (SILVA *et al.*, 2014, PEIXOTO *et al.*, 2016), gestão pública (JESUS *et al.*, 2014) e sustentabilidade (SANTANA *et al.*, 2015).

3 ESTUDO DE CASO

3.1 Metodologia

Este artigo se propõe a otimizar uma carteira de ativos de renda variável do mercado brasileiro, realizando uma abordagem binível entre DEA e o modelo de Markowitz. Na primeira etapa (seleção da carteira), um modelo de DEA é empregado para determinar as ações eficientes e compor a carteira de investimentos, considerando como variáveis os indicadores fundamentalistas apresentados na seção 2.2. Na etapa seguinte (otimização da carteira), o modelo de Markowitz é utilizado para encontrar a participação de cada ação e maximizar o retorno da carteira a um dado nível de risco, fixado *a priori*. O estudo será realizado utilizando dois *softwares*, o Sistema Integrado de Apoio à Decisão – SIAD (ANGULO-MEZA *et al.*, 2005) e a ferramenta Solver, presente no Microsoft Excel 2013. A partir dessa análise, será possível a obtenção da carteira de investimento com melhor relação retorno x risco.

A fim de reduzir o conjunto inicial de ações, foram tomados os cem papéis de maior comercialização na bolsa, isto é, aqueles que compõem o índice IBrX-100. Tal informação foi obtida no *site* da BM&FBovespa e considerou a carteira para o quadrimestre de maio a agosto de 2015. Posteriormente, foram coletados alguns indicadores fundamentalistas para cada uma destas ações: em relação aos trabalhos encontrados na literatura, investigou-se a inclusão de outras variáveis igualmente empregadas em análises de investimento, como *dividend yield* e valor patrimonial por ação; ademais, optou-se por não utilizar o preço/lucro, haja vista que este indicador é computado a partir do lucro por ação, evitando-se redundância entre as variáveis. Os dados se referem ao período de um ano compreendido entre junho de 2014 a maio de 2015 e consideraram as seguintes fontes:

- i. Retorno dos últimos 12 meses (R12), *dividend yield* (DY), lucro por ação (LPA) e valor patrimonial por ação (VPA): extraídos do *site* Fundamentus (<http://www.fundamentus.com.br/>).

- ii. Volatilidade anualizada (VOL): disponível no *site* da BM&FBovespa (<http://www.bmfbovespa.com.br/>).
- iii. Histórico de cotações diárias: coletados os preços de fechamento no *site* Google Finance (<http://www.google.com/finance>).

O coeficiente beta para cada ação foi calculado tomando a razão entre a covariância do mercado e do ativo e a variância do mercado (GITMAN, 2004, p. 201). Tanto este indicador quanto a volatilidade foram tratados como *inputs*, uma vez que tais variáveis retratam a incorporação do risco no modelo e há interesse por parte do investidor em minimizá-los, formando o conjunto *I*. O conjunto dos *outputs* *J* foi constituído pelas variáveis retorno, *dividend yield*, LPA e VPA, pois estas se tornam mais atrativas à medida que são maiores. As cem ações analisadas neste estudo, bem como seus respectivos indicadores, são apresentados no Anexo A, onde LPA e VPA estão em reais, enquanto os demais valores, a exceção do coeficiente beta, estão em percentuais. A coluna IBrX100 mostra a participação do papel no referido índice ao dia 19 de junho de 2015, data em que a carteira foi consultada junto à BM&FBovespa.

Nota-se que os indicadores assumem valores negativos em alguns casos (por exemplo, o retorno das ações de OIBR4 no período de análise foi -73,01%, ou seja, configurou-se como prejuízo). Uma das maneiras para tratar situações como esta é somar uma constante aos valores de cada variável que contém dados negativos, de forma a torná-los estritamente positivos, como em Lopes *et al.* (2008), Lopes *et al.* (2010) e Rotela Junior *et al.* (2014a). No entanto, não se pode impedir que as DMUs que continham valores negativos originalmente sejam consideradas eficientes após a implementação, o que, em certas aplicações, não é desejável. Como pretende-se minimizar o risco do investimento, não é conveniente incluir na carteira um ativo que vem apresentando indicadores fundamentalistas tão desfavoráveis, e a utilização deste artifício, de natureza puramente algébrica, poderia levar a esta situação. Por esta razão, o presente trabalho optou por realizar uma etapa de pré-processamento e excluir da análise as ações com dados não positivos, resultando em 36 DMUs e evitando que a carteira eficiente fosse composta por alguma ação que obteve prejuízo no período.

Quanto à escolha do modelo de DEA, não é adequado inferir que a relação entre risco e retorno seja sempre equiproporcional, isto é, caso o investidor decida

assumir um risco maior à taxa δ , não se pode garantir que o retorno será acrescido à mesma taxa δ . Sendo assim, o modelo escolhido foi o BCC orientado a *inputs*, permitindo retornos variáveis de escala e minimização do risco. Tal decisão ganha embasamento em Angulo-Meza e Estellita Lins (2008), segundo os quais a fronteira CRS deve ser adotada apenas quando todas as DMUs operam em escala ótima, o que não ocorre diante da ineficiência do mercado de capitais brasileiro (ARTUSO & NETO, 2012, PONTES, 2014). Além disso, Rotela Junior *et al.* (2014a) afirmam que a ocorrência de ações de diferentes setores da economia caracteriza um cenário de retornos variáveis.

3.2 Análise dos Resultados

O modelo BCC foi implementado no *software* SIAD (cujo *download* pode ser feito gratuitamente em <http://www.uff.br/decisao/>). O SIAD utiliza o algoritmo Simplex para resolver modelos de DEA com até 100 DMUs e 20 variáveis (ANGULO-MEZA *et al.*, 2005). A Tabela 1 mostra o cálculo das eficiências para todas as 36 ações, das quais 10 foram eficientes e aparecem destacadas em cinza.

Tabela 1 – Ações eficientes com o modelo BCC

DMU	Eficiência	DMU	Eficiência	DMU	Eficiência
ABEV3	0,9128	ENBR3	0,5962	ODPV3	0,7633
BBDC4	0,6556	EQTL3	1,0000	PSSA3	0,8986
BBSE3	0,6677	HYPE3	0,8726	RADL3	1,0000
BRFS3	0,9886	IGTA3	0,6931	SANB11	0,6582
BVMF3	0,5360	ITSA4	0,6171	SMLE3	1,0000
CIEL3	0,7401	ITUB4	0,7501	TAEE11	1,0000
CPFE3	0,5516	JBSS3	1,0000	TBLE3	0,7475
CPLE6	1,0000	LAME3	0,6717	TRPL4	1,0000
CRUZ3	0,6945	LAME4	0,6657	UGPA3	0,9036
CTIP3	0,9899	LREN3	1,0000	VIVT4	0,9648
ELPL4	0,4725	MPLU3	0,7757	VLID3	0,8097
EMBR3	1,0000	MRVE3	0,5936	WEGE3	1,0000

Fonte: Elaborado pelos autores

Segundo a classificação setorial atribuída pelo índice IBrX-100, presente na Tabela 2, nota-se uma clara concentração das ações eficientes no setor de Energia Elétrica. Tal concentração materializa o bom desempenho deste setor no último ano, frente à queda de outras indústrias, como a petrolífera. A carteira composta por

estas ações foi otimizada com o modelo de Markowitz, empregando-se o Solver para obtenção da solução heurística. O histórico de cotações diárias foi utilizado para estimar o retorno esperado e gerar a matriz de covariâncias (GONÇALVES JUNIOR *et al.*, 2002).

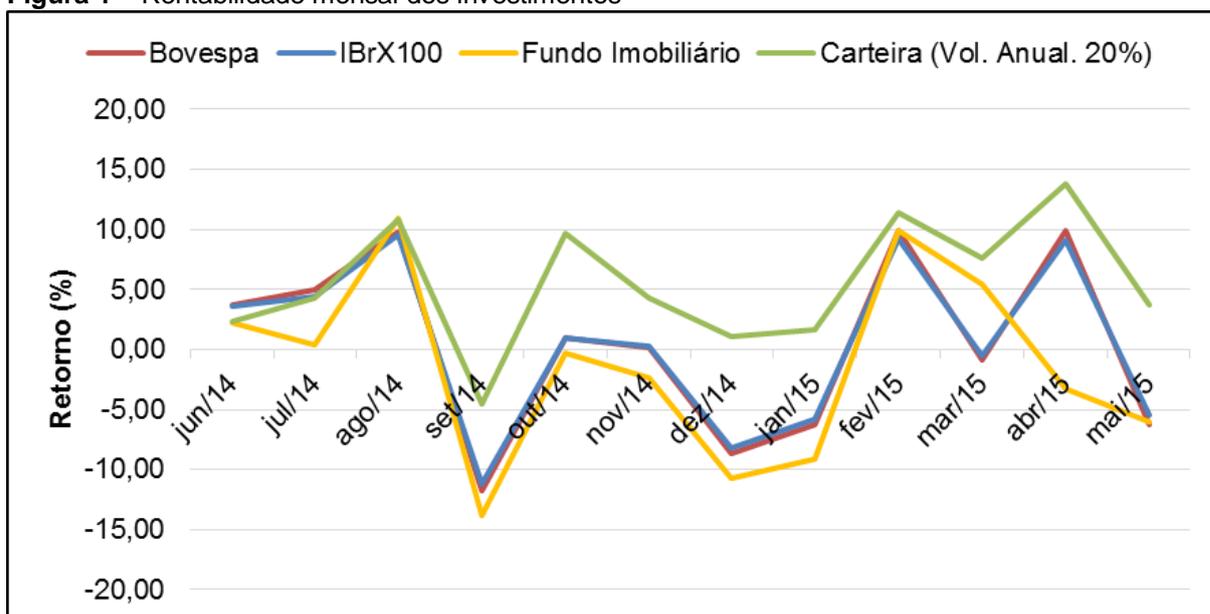
Tabela 2 – Carteira eficiente e distribuição por setor

Setor	Ações	Código da ação (Empresa)
Alimentos	1	JBSS3 (JBS)
Comércio	1	LREN3 (LOJAS RENNER)
Comércio e Distribuição	1	RADL3 (RAIADROGASIL)
Diversos	1	SMLE3 (SMILES)
Energia Elétrica	4	CPLE6 (COPEL), EQTL3 (EQUATORIAL), TAE11 (TAESA), TRPL4 (TRAN PAULIST)
Máquinas e Equipamentos	1	WEGE3 (WEG)
Material de Transporte	1	EMBR3 (EMBRAER)

Fonte: Elaborado pelos autores

Para analisar o desempenho da carteira proposta neste trabalho, o retorno foi avaliado sob uma volatilidade anual fixada abaixo daquela apresentada pelo Ibovespa, que foi de 25,90% no período segundo o *site* da BM&FBovespa. O valor adotado foi de 20%, que é aproximadamente igual à menor volatilidade de cada um dos papéis individualmente, verificada pela ação WEGE3 (19,87%). A partir da Figura 1, é possível notar que os retornos mensais foram significativamente superiores àqueles obtidos pelos índices Ibovespa e IBX-100 e também em relação à rentabilidade do Fundo Imobiliário. Os dados destes três investimentos foram obtidos do *site* iShares (<https://www.ishares.com/>).

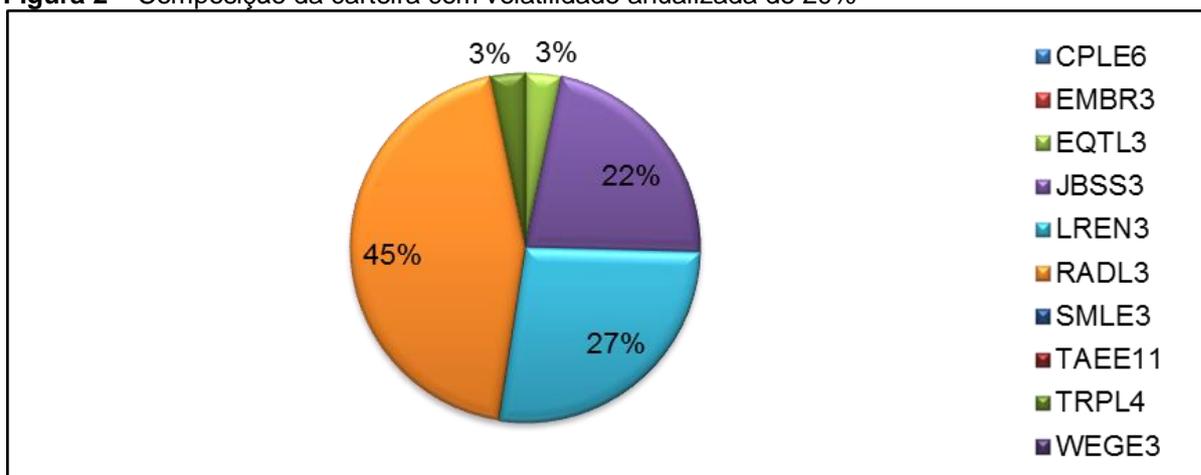
Figura 1 – Rentabilidade mensal dos investimentos



Fonte: Elaborado pelos autores

A Figura 2 apresenta a composição da carteira nesta configuração, que resultou em um retorno de 99,44% a.a. Nota-se a importância de técnicas quantitativas, particularmente a abordagem binível proposta aqui, no auxílio a decisões de investimento, haja vista que esta carteira consegue obter bons resultados ao passo que também diversifica o montante aplicado em diversos setores.

Figura 2 – Composição da carteira com volatilidade anualizada de 20%

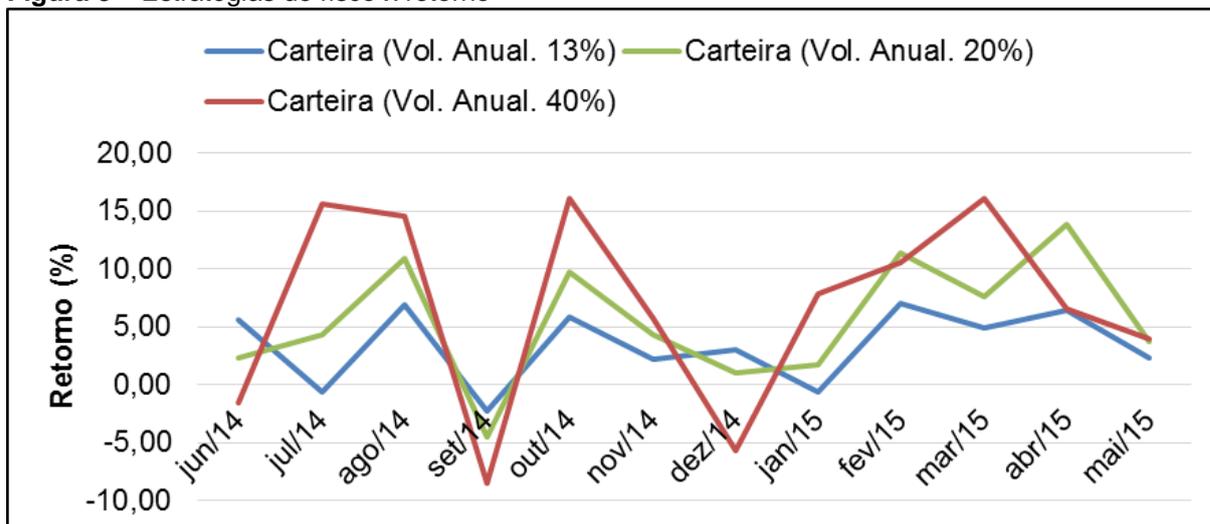


Fonte: Elaborado pelos autores

Alguns cenários de risco foram simulados a fim de representar as diferentes estratégias que podem ser adotadas pelo investidor e as rentabilidades são expressas na Figura 3. Na carteira com volatilidade fixada em 13% (metade do risco do Ibovespa no período) as variações são pequenas e, quase que em sua

totalidade, limitadas entre 0% e 5% a.m. Já a carteira com volatilidade anualizada de 40% apresenta picos três vezes superiores, indicando que as variações são mais abruptas em ambos os sentidos, denotando, por sua vez, a maior presença do risco neste tipo de investimento.

Figura 3 – Estratégias de risco x retorno

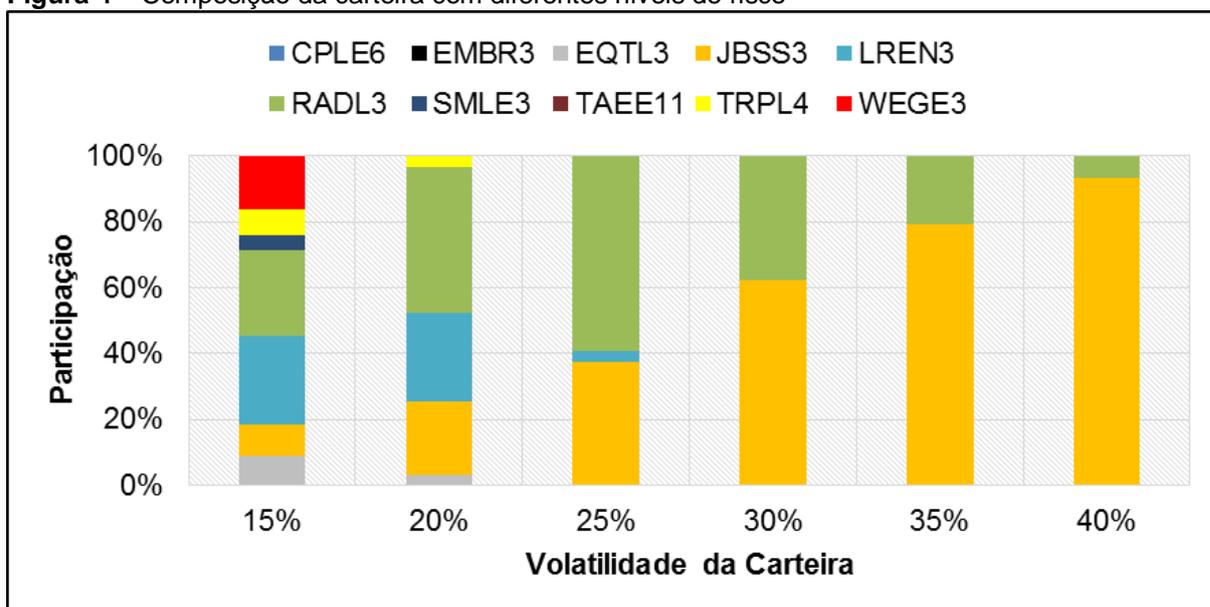


Fonte: Elaborado pelos autores

A Figura 4 mostra a composição da carteira nos diferentes cenários de risco, a partir da qual é possível notar que as combinações de participação entre os ativos tendem à concentração naqueles de maior retorno (JBSS3, seguido de RADL3) quando se permite que a volatilidade cresça. Em contrapartida, quando se deseja um risco menor, o modelo de Markowitz busca um número maior de ações em uma estratégia de diversificação. Este comportamento é ratificado pela Figura 5, que expressa um retorno crescente com o aumento da volatilidade, enquanto que, por outro lado, o número de ações que compõem a carteira é cada vez menor.

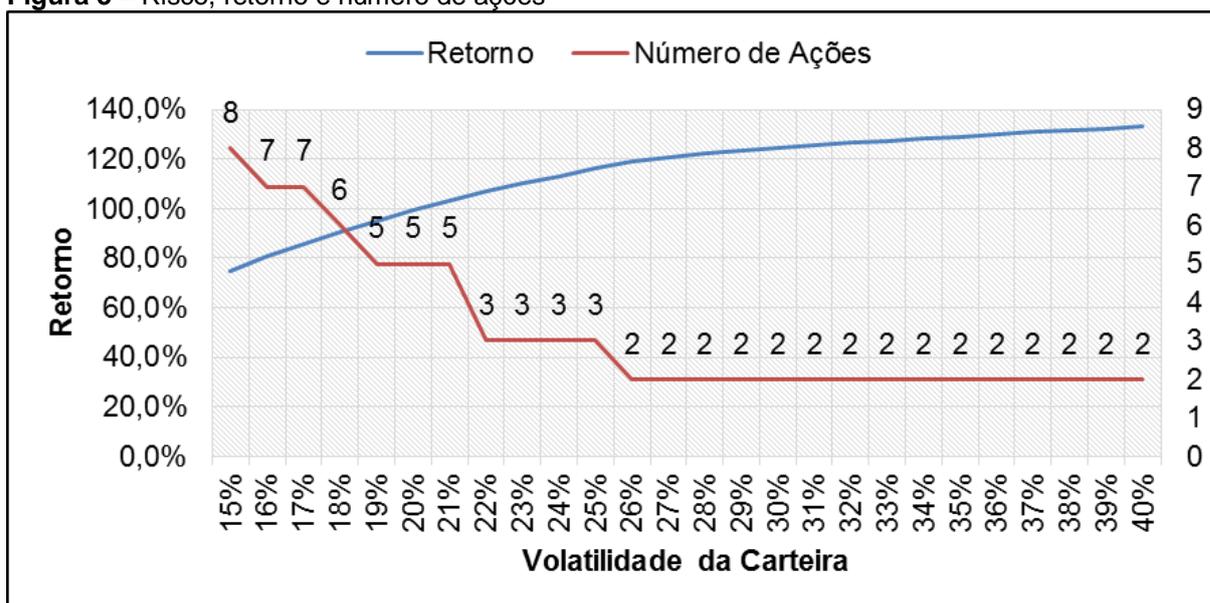
Outro resultado relevante é que, embora o número total de ativos candidatos a compor a carteira otimizada fosse maior no setor de Energia Elétrica que nos demais, essa maior representatividade não se repete nas participações. Isto ocorre porque dois ativos de um mesmo setor possuem forte correlação positiva, o que aumenta o risco quando comparados com setores distintos. Ao tomar a covariância entre cada par de ações, o modelo de Markowitz evita que o montante seja aplicado em um mesmo setor, corroborando a diversificação.

Figura 4 – Composição da carteira com diferentes níveis de risco



Fonte: Elaborado pelos autores

Figura 5 – Risco, retorno e número de ações



Fonte: Elaborado pelos autores

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho abordou a contribuição da Análise Envoltória de Dados (DEA) à Administração Financeira ao auxiliar na escolha de uma carteira de ativos diversificada e eficiente. A utilização de DEA permitiu que diversos indicadores comumente auferidos em análises fundamentalistas fossem considerados simultaneamente. De acordo com os resultados obtidos, foi possível determinar uma carteira de investimentos com risco limitado e retorno considerável. Como apontam

alguns estudos da literatura, esta metodologia binível entre DEA para seleção dos ativos e o modelo de Markowitz para o computo das participações tende a encontrar carteiras com bom desempenho.

Apenas trinta e seis das cem ações de maior comercialização da BM&FBovespa apresentaram índices positivos no período analisado. Deste total, dez ações foram consideradas eficientes, as quais evidenciaram uma tendência de concentração no setor elétrico. Todavia, o modelo de Markowitz diversificou o investimento na etapa de otimização da carteira, evitando aplicar em ativos com forte correlação positiva, como no caso de empresas do mesmo setor da economia. Ativos do setor de Óleo & Gás não foram selecionados, fato que poderia gerar desconfiança de determinados investidores, mas pode ser justificado devido às recentes quedas em torno das principais empresas desse ramo.

Investigou-se aqui a inserção de algumas variáveis não encontradas na literatura, como *dividend yeald* e valor patrimonial por ação. Recomenda-se que estudos futuros possam analisar carteiras formadas a partir de outros indicadores, como também comparar os resultados obtidos por diferentes composições dos mesmos. Neste contexto, torna-se interessante apontar as variáveis que proporcionam melhor desempenho em estratégias de curto e longo prazos, auxiliando o investidor a quais índices considerar de acordo com seu objetivo.

Outra sugestão consiste em verificar a viabilidade de um modelo de DEA que permita a ocorrência de valores negativos, evitando a etapa de pré-processamento adotada neste trabalho. Finalmente, sugere-se a incorporação de algum julgamento de valor por parte do decisor, limitando o capital investido em um único ativo ou favorecendo a diversificação setorial entre as ações eficientes.

REFERÊNCIAS

ADLER, N.; RAVEH, A. Presenting DEA graphically. **Omega**, v. 36, n. 5, p. 715-729, 2008. <http://dx.doi.org/10.1016/j.omega.2006.02.006>

ANÃNÃ, E. S. **Utilização da terra como ativo de baixo risco, na diversificação de carteiras de investimento**. 2001. 141f. Dissertação (Mestrado em Administração) – Programa de Pós-Graduação em Administração, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Rio Grande do Sul, 2001.

ANGULO-MEZA, L.; BIONDI NETO, L.; SOARES DE MELLO, J. C. C. B.; GOMES, E. G. ISYDS – Integrated System for Decision Support (SIAD – Sistema Integrado de Apoio à Decisão): a software package for data envelopment analysis model. **Pesquisa Operacional**, v. 25, n. 3, p. 493-503, 2005. <http://dx.doi.org/10.1590/S0101-74382005000300011>

Revista Produção Online. Florianópolis, SC, v.17, n. 2, p. 507-532, 2017.

ANGULO-MEZA, L.; ESTELLITA LINS, M. P. Determinação da Eficiência dos programas de pós-graduação da COPPE/UFRJ. In: IX CLAIO – Congresso Latino Americano de Investigación Operativa, 9, 1998, Buenos Aires. **Anais...**, Buenos Aires, 1998.

ARTUSO, A. R.; NETO, A. C. Identificação de fatores relevantes e construção de portfólio diversificado no mercado acionário brasileiro. **Revista Produção Online**, v. 12, n. 4, p. 1002-1030, 2012. <http://dx.doi.org/10.14488/1676-1901.v12i4.997>

ASSAF NETO, A. **Finanças corporativas e valor**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

BANKER, R. D.; CHARNES, A.; COOPER, W. W. Some models for estimating technical scale inefficiencies in data envelopment analysis. **Management Science**, v. 30, n. 9, p. 1078-1092, 1984. <http://dx.doi.org/10.1287/mnsc.30.9.1078>

BM&FBovespa. 2009. Disponível em: <http://www.bmfbovespa.com.br/pt-br/a-bmfbovespa/download/folder_novomercado.pdf>. Acesso em: 21 jun. 2015.

BM&FBovespa. 2011. Disponível em: <<http://www.bmfbovespa.com.br/Pdf/ConceitosFundamentais.pdf>>. Acesso em: 21 jun. 2015.

BORDEAUX-REGO, R. **Mudança no Mercado de Capitais Brasileiro: Subscrições Privadas Versus Ofertas Públicas de Ações após o Plano Real**. 2004. 193. Tese (Doutorado em Administração) – Programa de Pós-graduação em Administração de Empresas da PUC-Rio, Rio de Janeiro, 2004.

BORDEAUX-REGO, R.; NESS JR., W. L. A Preferência por Subscrições Privadas de Ações no Brasil. **RAE Eletrônica**, v. 6, n. 2, p. 15-29, 2007. <http://dx.doi.org/10.1590/S1676-56482007000200005>

CASTRO, P. R. **Barões & Bóias-frias: Repensando a questão agrária no Brasil**. 1ª ed. Rio de Janeiro: APEC, 1982.

CERQUEIRA, R. J. **O cone de volatilidade no mercado de opções brasileiro**. 2010. 65f. Dissertação (Mestrado em Administração) – Programa de Pós-graduação em Administração de Empresas da PUC-Rio, Rio de Janeiro, 2010.

CHARNES, A.; COOPER, W. W.; RHODES, E. Measuring the efficiency of decision-making units. **European Journal of Operational Research**, v. 2, n. 6, p. 429-444, 1978. [http://dx.doi.org/10.1016/0377-2217\(78\)90138-8](http://dx.doi.org/10.1016/0377-2217(78)90138-8)

COOK, W. D.; TONE, K.; ZHU, J. Data envelopment analysis: Prior to choosing a model. **Omega**, v. 44, p. 1-4, 2014. <http://dx.doi.org/10.1016/j.omega.2013.09.004>

COOPER, W. W.; SEIFORD, L. M.; TONE, K. **Data envelopment analysis**. 2a ed. Nova Iorque: Springer, 2007.

DAMODARAN, A. **Damodaran on Valuation**. 2a ed. Nova Iorque: Wiley, 2002.

DYSON, R. G.; ALLEN, R.; CAMANHO, A. S.; PODINOVSKI, V. V.; SARRICO, C. S.; SHALE, E. A. Pitfalls and protocols in DEA. **European Journal of Operational Research**, v. 132, n. 2, p. 245-259, 2001. [http://dx.doi.org/10.1016/S0377-2217\(00\)00149-1](http://dx.doi.org/10.1016/S0377-2217(00)00149-1)

- GITMAN, L. J. **Princípios da administração financeira**. 10a ed. São Paulo: Atlas, 2004.
- GOLANY, B.; ROLL, Y. An Application Procedure for DEA. **Omega**, v. 17, n. 3, p. 237-250, 1989. [http://dx.doi.org/10.1016/0305-0483\(89\)90029-7](http://dx.doi.org/10.1016/0305-0483(89)90029-7)
- GOMES JUNIOR, S. F.; SOARES DE MELLO, J. C. C. B.; ANGULO-MEZA, L. DEA nonradial efficiency based on vector properties. **International Transactions in Operational Research**, v. 20, p. 341-364, 2013. <http://dx.doi.org/10.1111/itor.12000>
- GONÇALVES JUNIOR, C; PAMPLONA, E. O.; MONTEVECHI, J. A. Seleção de Carteiras Através do Modelo de Markowitz para Pequenos Investidores (Com o Uso de Planilhas Eletrônicas). In: IX SIMPEP – Simpósio de Engenharia de Produção, 9, 2002, Bauru. **Anais...**, Bauru, 2002.
- JESUS, I. R. D.; GOMES, F. P.; ANGULO-MEZA, L. Avaliação da eficiência operacional das Unidades de Polícia Pacificadora do estado do Rio de Janeiro. *Revista Produção Online*, v. 14, n. 2, p. 448-464, 2014. <http://dx.doi.org/10.14488/1676-1901.v14i2.1248>
- JORION, P. The long-term risks of global stock markets. **Financial Management**, v. 32, n. 4, 2003.
- KRUKOSKI, F. A. **Programação linear aplicada ao mercado de opções na criação de um portfólio seguro**. 2010. 74f. Dissertação (Mestrado em Ciências) – Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2010.
- LOPES, A. L. M.; CARNEIRO, M. L.; SCHNEIDER, A. B. Markowitz na otimização de carteiras selecionadas por Data Envelopment Analysis – DEA. **Revista Gestão e Sociedade**, v. 4, n. 9, p. 640-656, 2010. <http://dx.doi.org/10.21171/ges.v4i9.794>
- LOPES, A. L. M.; LIMA, M. V. A.; DUTRA, A.; SAURIN, V. Data Envelopment Analysis – DEA como Estratégia para Seleção de Carteiras de Investimento: uma aplicação a 13 anos do mercado de ações brasileiro. In: XXXII ENANPAD – Encontro da ANPAD, 32, 2008, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro, 2008.
- MARKOVITZ, H. M. Portfolio selection. **Journal of Finance**, v. 7, p. 77-91, 1952. <http://dx.doi.org/10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x>
- MATARAZZO, D. C. **Análise financeira de balanços: abordagem gerencial**. 6a ed. São Paulo: Atlas, 2010.
- NEVES JÚNIOR, I. J.; VASCONCELOS, E. S. V.; BRITO, J. L. Análise da eficiência na geração de retorno aos acionistas das empresas do setor da construção civil com ações negociadas na BM&FBOVESPA nos anos de 2009 e 2010 por meio da Análise Envoltória de Dados – DEA. In: XIX Congresso Brasileiro de Custos, 19, 2012, Bento Gonçalves. **Anais...** Bento Gonçalves, 2012.
- PEIXOTO, M. G. M. *et al.* Logística de combustíveis e análise envoltória de dados: avaliação do desempenho de uma rede de postos do Alto Paranaíba e Triângulo Mineiro. *Revista Produção Online*, v. 16, n. 3, p. 1097-1115, 2016. <http://dx.doi.org/10.14488/1676-1901.v16i3.2339>
- PONTES, G. S. S. **Ineficiência no Mercado de Capitais Brasileiro em tempos de crise: Presença de sazonalidade no Mercado de Capitais Brasileiro: “Efeito Segunda-Feira”**. 1a ed. Berlin: Novas Edições Acadêmicas, 2014.

RESENDE NETO, A. L. **Uma proposta de construção de indicador de performance de fundos de investimento**. 2006. 86f. Dissertação (Mestrado Profissional em Gestão Econômica de Negócios) – Faculdade de Economia, Administração, Contabilidade e Ciência da Informação, Universidade de Brasília, Brasília, 2006.

ROSS, S. A.; WESTERFIELD, R. W.; JORDAN, B. D.; LAMB, R. **Fundamentos da Administração Financeira**. 9a ed. Porto Alegre: AMGH, 2013.

ROSSETTI, N. **Análise das volatilidades dos mercados brasileiros de renda fixa e renda variável no período 1986 - 2006**. 2007. 121f. Dissertação (Mestrado em Controladoria e Contabilidade) – Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto, 2007.

ROTELA JUNIOR, P.; PAMPLONA E. O.; SALOMON, F. L. R. Otimização de Portfólios: Análise de Eficiência. **Revista de Administração de Empresas**, v. 54, n. 4, p. 405-413, 2014a. <http://dx.doi.org/10.1590/S0034-759020140406>

ROTELA JUNIOR, P.; SERPA, S. A. D.; GONÇALVES, P. E. Análise Envoltória de Dados associada à teoria de Sharpe para otimização de portfólios de ações. In: IV CONBREPPO – Congresso Brasileiro de Engenharia de Produção, 4, 2014, Ponta Grossa. **Anais...** Ponta Grossa, 2014b.

SANTANA, N. B.; REBELATTO, D. A. N.; PÉRICO, A. E. Eficiência na conversão de recursos produtivos em desenvolvimento sustentável: o caso do Brasil entre os BRICS. *Revista Produção Online*, v. 15, n. 2, p. 601-621, 2015. <http://dx.doi.org/10.14488/1676-1901.v15i2.1931>

SHARPE, W. F. A simplified model for portfolio analysis. **Management Science**, v. 9, n. 2, p. 277-293, 1963. <http://dx.doi.org/10.1287/mnsc.9.2.277>

SILVA, F.; MARINS, F. A. S.; SIMÕES, R. R. Aplicação da programação por metas e análise por envoltória de dados no processo licitatório de embarcações *offshore* de uma empresa petrolífera. *Revista Produção Online*, v. 14, n. 4, p. 1216-1234, 2014. <http://dx.doi.org/10.14488/1676-1901.v14i4.1378>

SILVA, P. M. S.; MOREIRA, B. C. M.; FRANCISCO, G. A. Linear Programming Applied to Finance - Building a Great Portfolio Investment. **Revista de Gestão, Finanças e Contabilidade**, v. 4, n. 3, p. 107-124, 2014.

SOARES DE MELLO, J. C. C. B.; ANGULO-MEZA, L.; GOMES, E. G.; BIONDI NETO, L. Curso de Análise de Envoltória de Dados. In: XXXVII SBPO – SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 37, 2005, Gramado. **Anais...** Gramado, 2005, p. 2520-2547.

THANASSOULIS, E.; PORTELA, M. C.; ALLEN, R. Incorporating value judgments in DEA. In: COOPER, W. W.; SEIFORD, L. M.; ZHU, J. (Eds.). **Handbook on Data Envelopment Analysis**. Nova Iorque: Springer, 2011, p. 99-138.



Artigo recebido em 12/03/2016 e aceito para publicação em 12/05/2017
DOI: <http://dx.doi.org/10.14488/1676-1901.v17i2.2383>

ANEXOS

Anexo A: Ações do IBrX-100 e indicadores fundamentalistas considerados.

Código	Empresa	IBrX100	R12	DY	LPA	VPA	VOL	Beta
ABEV3	AMBEV S/A	0,0810	0,2533	0,042	0,78	2,82	0,2277	0,5738
ANIM3	ANIMA	0,0008	-0,2180	0,021	2,21	7,97	0,6160	0,5985
ARTR3	ARTERIS	0,0010	-0,4597	0,032	1,20	6,35	0,4762	0,6749
BBAS3	BRASIL	0,0189	-0,0502	0,087	4,96	25,34	0,5135	1,6089
BBDC3	BRADESCO	0,0181	-0,0022	0,035	3,15	16,63	0,3677	1,2347
BBDC4	BRADESCO	0,0684	0,0424	0,037	3,15	16,63	0,3857	1,3494
BBSE3	BBSEGURIDADE	0,0226	0,1202	0,041	0,00	0,00	0,3107	0,7148
BEEF3	MINERVA	0,0010	-0,0129	0,000	-5,60	-0,16	0,3852	0,5745
BRAP4	BRADESPAR	0,0026	-0,3367	0,130	-2,29	26,60	0,4365	0,9115
BRFS3	BRF SA	0,0551	0,3059	0,014	2,72	16,97	0,2520	0,5163
BRKM5	BRASKEM	0,0036	-0,0093	0,044	0,89	4,72	0,4328	0,3982
BRML3	BR MALLS PAR	0,0067	-0,1969	0,041	0,65	19,38	0,4279	1,2408
BRPR3	BR PROPERT	0,0032	-0,1514	0,020	0,79	20,24	0,3685	0,7770
BRSR6	BANRISUL	0,0016	-0,1508	0,081	1,86	14,04	0,4918	0,8317
BTOW3	B2W DIGITAL	0,0013	-0,2728	0,000	-0,61	11,83	0,5191	0,2554
BVMF3	BMFBOVESPA	0,0206	0,0353	0,039	0,55	10,76	0,4154	1,3324
CCRO3	CCR SA	0,0124	-0,1859	0,054	0,68	2,21	0,3984	1,0583
CESP6	CESP	0,0036	-0,0519	0,203	-0,55	26,62	0,3407	0,6983
CIEL3	CIELO	0,0317	0,1569	0,023	1,76	2,59	0,2966	0,5395
CMIG4	CEMIG	0,0100	-0,0813	0,213	2,68	10,15	0,4172	0,9363
CPFE3	CPFL ENERGIA	0,0057	0,0104	0,022	0,95	7,16	0,3817	1,0653
CPLE6	COPEL	0,0034	0,0992	0,074	4,03	50,30	0,3786	0,8872
CRUZ3	SOUZA CRUZ	0,0091	0,1210	0,046	1,13	1,29	0,3041	0,5920
CSAN3	COSAN	0,0034	-0,2766	0,026	-0,02	21,55	0,3855	0,8864
CSMG3	COPASA	0,0008	-0,6259	0,042	1,82	46,33	0,5365	0,4842
CSNA3	SID NACIONAL	0,0040	-0,3231	0,070	0,17	4,44	0,5809	1,1442
CTIP3	CETIP	0,0084	0,1230	0,044	1,70	6,99	0,2221	0,5277
CYRE3	CYRELA REALT	0,0024	-0,2546	0,000	1,50	14,26	0,3068	0,8052
DIRR3	DIRECIONAL	0,0004	-0,5973	0,093	1,28	10,69	0,3874	0,6649
DTEX3	DURATEX	0,0020	-0,1229	0,033	0,44	6,91	0,3252	0,7451
ECOR3	ECORODOVIAS	0,0016	-0,4281	0,119	0,38	3,15	0,4034	0,8958

Código	Empresa	IBrX100	R12	DY	LPA	VPA	VOL	Beta
ELET3	ELETROBRAS	0,0014	-0,0326	0,000	-2,04	42,75	0,5249	1,3087
ELET6	ELETROBRAS	0,0020	-0,1073	0,011	-2,04	42,75	0,4982	1,2137
ELPL4	ELETROPAULO	0,0015	0,5390	0,000	0,59	15,63	0,5211	0,9484
EMBR3	EMBRAER	0,0175	0,1716	0,011	0,46	15,91	0,2853	0,1320
ENBR3	ENERGIAS BR	0,0025	0,0825	0,037	1,53	10,45	0,3757	0,8693
EQTL3	EQUATORIAL	0,0052	0,4562	0,022	3,57	14,78	0,2520	0,5295
ESTC3	ESTACIO PART	0,0056	-0,2858	0,015	1,36	7,66	0,5068	0,7327
EVEN3	EVEN	0,0007	-0,4690	0,077	0,98	9,23	0,4304	1,0667
EZTC3	EZTEC	0,0008	-0,2423	0,067	3,26	16,22	0,3754	0,8347
FIBR3	FIBRIA	0,0091	0,8716	0,006	-0,78	25,28	0,3311	-0,0661
GETI4	AES TIETE	0,0021	-0,0567	0,082	0,77	4,10	0,3360	0,4879
GFSA3	GAFISA	0,0008	-0,2932	0,000	0,08	8,11	0,4879	1,1846
GGBR4	GERDAU	0,0069	-0,4000	0,030	0,76	20,54	0,4110	0,7775
GOAU4	GERDAU MET	0,0019	-0,5628	0,028	0,23	31,26	0,4379	0,8595
GOLL4	GOL	0,0008	-0,3722	0,000	-0,35	-0,24	0,5397	1,0929
HGTX3	CIA HERING	0,0016	-0,4354	0,074	1,81	6,75	0,4214	0,6601
HYPE3	HYPERMARCAS	0,0083	0,2263	0,000	0,64	11,97	0,2557	0,6459
IGTA3	IGUATEMI	0,0021	0,1287	0,014	1,28	14,35	0,3317	0,7729
ITSA4	ITAUSA	0,0304	0,1423	0,044	1,21	5,92	0,3427	1,1890
ITUB4	ITAUUNIBANCO	0,0912	0,0669	0,039	3,54	18,54	0,3539	1,2373
JBSS3	JBS	0,0273	1,2100	0,010	1,14	8,98	0,4220	0,9433
KLBN11	KLABIN S/A	0,0068	0,7093	0,021	-0,64	6,59	0,2251	0,2922
KROT3	KROTON	0,0164	-0,1595	0,028	0,68	7,27	0,5221	0,8531
LAME3	LOJAS AMERIC	0,0021	0,0678	0,007	0,35	1,42	0,2958	0,6649
LAME4	LOJAS AMERIC	0,0072	0,1830	0,006	0,35	1,42	0,2985	0,7664
LIGT3	LIGHT S/A	0,0016	-0,1940	0,045	3,00	18,42	0,4198	0,8190
LREN3	LOJAS RENNER	0,0139	0,5713	0,012	3,86	15,21	0,2981	0,7109
MDIA3	M.DIASBRANCO	0,0025	-0,1161	0,014	5,22	30,07	0,2511	0,4073
MGLU3	MAGAZ LUIZA	0,0002	-0,5743	0,050	0,62	4,24	0,3937	0,5749
MILS3	MILLS	0,0006	-0,7458	0,028	0,12	8,11	0,5936	0,8231
MPLU3	MULTIPLUS	0,0017	0,1729	0,055	2,16	1,38	0,2968	0,3579
MRFG3	MARFRIG	0,0016	-0,2308	0,000	-2,33	1,27	0,5432	1,2858
MRVE3	MRV	0,0021	0,0375	0,050	1,66	9,93	0,3786	0,9151
MULT3	MULTIPLAN	0,0036	-0,0329	0,019	1,87	21,87	0,3263	0,8444

Código	Empresa	IBrX100	R12	DY	LPA	VPA	VOL	Beta
NATU3	NATURA	0,0046	-0,2642	0,059	1,71	3,00	0,3595	0,7813
ODPV3	ODONTOPREV	0,0028	0,1924	0,032	0,38	1,33	0,2673	0,3300
OIBR3	OI	0,0008	-0,7301	0,000	-5,87	20,84	0,7738	0,7230
OIBR4	OI	0,0020	-0,7183	0,000	-5,87	20,84	0,7795	0,7607
PCAR4	P.ACUCAR-CBD	0,0123	-0,2413	0,015	4,58	40,53	0,2420	0,6149
PETR3	PETROBRAS	0,0392	-0,1440	0,000	-1,66	23,29	0,6345	2,0556
PETR4	PETROBRAS	0,0531	-0,2664	0,000	-1,66	23,29	0,6374	2,0520
POMO4	MARCOPOLO	0,0014	-0,3934	0,045	0,22	1,91	0,4402	0,7568
PSSA3	PORTO SEGURO	0,0034	0,1103	0,040	2,95	18,54	0,2880	0,4620
QUAL3	QUALICORP	0,0042	-0,2025	0,022	0,52	8,78	0,3975	0,5524
RADL3	RAIADROGASIL	0,0072	0,9443	0,010	0,58	0,00	0,2872	0,2729
RAPT4	RANDON PART	0,0005	-0,4985	0,068	0,46	4,55	0,3977	0,8344
RENT3	LOCALIZA	0,0048	-0,1198	0,017	1,91	8,19	0,3143	0,7623
RLOG3	COSAN LOG	0,0004	-0,4289	0,026	0,14	2,40	0,7158	0,1202
RSID3	ROSSI RESID	0,0001	-0,8277	0,000	-8,81	19,20	0,8257	1,4329
RUMO3	RUMO LOG	0,0016	-0,0441	0,000	0,00	0,34	0,9254	-0,0076
SANB11	SANTANDER BR	0,0064	0,0620	0,023	0,61	15,11	0,3524	0,5449
SBSP3	SABESP	0,0054	-0,3033	0,023	0,00	0,00	0,3595	0,7847
SEER3	SER EDUCA	0,0005	-0,4497	0,019	1,90	5,62	0,6273	0,7913
SMLE3	SMILES	0,0029	0,4553	0,200	2,24	3,92	0,2680	0,1977
SULA11	SUL AMERICA	0,0032	-0,1246	0,036	1,67	11,87	0,3335	0,4970
SUZB5	SUZANO PAPEL	0,0071	0,8906	0,009	-1,11	8,63	0,3125	-0,0531
TAE11	TAESA	0,0019	0,2105	0,117	2,89	12,85	0,2461	0,3283
TBLE3	TRACTEBEL	0,0069	0,0655	0,055	2,20	9,36	0,3071	0,7609
TIMP3	TIM PART S/A	0,0083	-0,1850	0,014	0,61	6,46	0,3983	0,5225
TOTS3	TOTVS	0,0049	-0,0337	0,027	1,67	6,76	0,3398	0,3049
TRPL4	TRAN PAULIST	0,0035	0,6124	0,051	2,34	32,56	0,2810	0,4634
UGPA3	ULTRAPAR	0,0368	0,3398	0,021	2,48	14,12	0,2661	0,7858
USIM5	USIMINAS	0,0022	-0,4180	0,007	-0,30	16,22	0,5287	0,7850
VALE3	VALE	0,0252	-0,2377	0,078	-2,76	28,85	0,4677	0,8177
VALE5	VALE	0,0320	-0,2672	0,092	-2,76	28,85	0,4203	0,7218
VIVT4	TELEF BRASIL	0,0148	0,0428	0,068	2,87	25,54	0,2855	0,5350
VLID3	VALID	0,0025	0,2953	0,019	2,19	11,49	0,2877	0,4050

Código	Empresa	IBrX100	R12	DY	LPA	VPA	VOL	Beta
VVAR11	VIAVAREJO	0,0017	-0,4692	0,038	2,32	11,50	0,3718	0,4661
WEGE3	WEG	0,0103	0,3423	0,018	0,62	3,28	0,1987	0,1375